Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

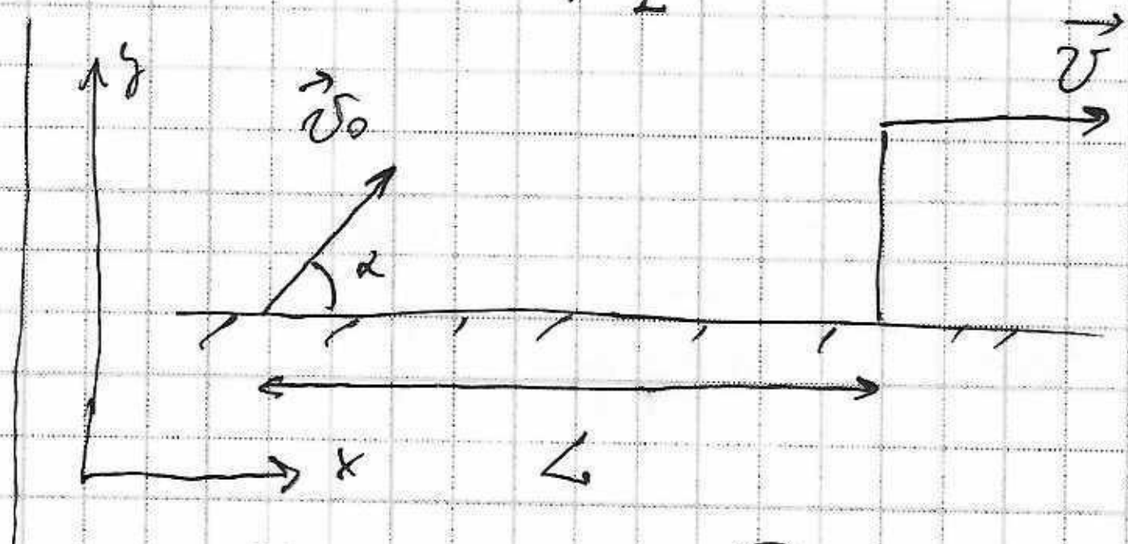
Вариант задания 2

Лист работы 1 из 5

№1

Дано:
$g = 10 м/с^2$
$t = 0,8 с$
$L = 6,4 м$
$v = v_0$

$a; v_0 - ?$





По оси Oy единственное ускорение это $\vec{g}$

(1) $v_0 \cdot \sin\alpha = gt$, т.к. за время t вертикальная составляющая скорости стала равна нулю.

(2) $L = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t + \frac{at^2}{2}$

(3) $v_0 \cdot \cos\alpha + at = v_0$ - т.к. $v = v_0$

Из (1) $\sin\alpha = \frac{gt}{v_0}$ По осн. тригонометрическое тождество:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\left(\frac{gt}{v_0}\right)^2 + 1 \left(1 - \left(\frac{gt}{v_0}\right)^2 = \cos^2\alpha\right.$

$v_0 = gt/\sin\alpha$

$L = gt \cdot ctg\alpha \cdot t + \frac{at^2}{2}$ $L = t^2\left(g\,ctg\alpha + \frac{a}{2}\right)$

$gt \cdot ctg\alpha + at = \frac{gt}{\sin\alpha}$ $a = \frac{g}{\sin\alpha} - g \cdot ctg\alpha$

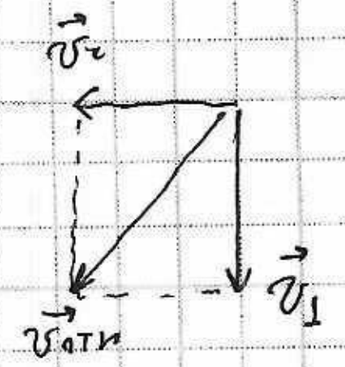
$L = t^2\left(g\,ctg\alpha - \frac{g\,ctg\alpha}{2} + \frac{g}{2\sin\alpha}\right)$ $L = t^2 g\left(\frac{ctg\alpha}{2} + \frac{1}{2\sin\alpha}\right)$

Продолжение на 2 листе

Можно использовать оборот листа для записи решений

№6 продолжение

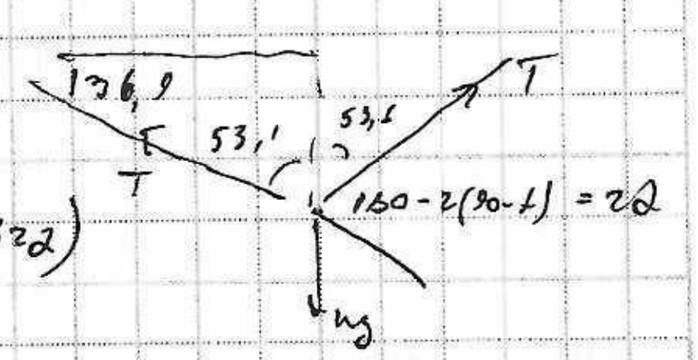
$a_ц = \frac{v_{отн}^2}{l/2} = 2\frac{v_{отн}^2}{l}$ $\quad \vec{v}_{отн} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$



$v_{отн} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 3$ м/с

~~3. С. Э~~ 2-й Закон Ньютона:

$OX: \quad a_ц 2m = 2mg \cdot \sin\alpha + T + T\cdot\cos 2\alpha$



$2\frac{v_{отн}^2}{l}\cdot 2\cdot m\cdot a = 2mg\cdot\sin\alpha + T(1-\cos 2\alpha)$

$\frac{\left(4\frac{v_{отн}^2}{l} - 2g\sin\alpha\right)m}{1-\cos 2\alpha} = T \qquad \alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{4}\right)$

$T = \frac{\left(4\cdot\frac{3^2}{1,5} - 2\cdot 10\cdot\sin\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{3}{4}\right)\right)\right)\cdot 0,1}{1-\cos\left(2\cdot\operatorname{arctg}\left(\frac{3}{4}\right)\right)} =$

$= 1,67$ Н

Ответ: 2,4 м/с; 1,8 м/с; 1,67 Н.

$C_к = 1000$ Дж/кг·К $\quad C_{ал} = 1200$ Дж/кг·К

№7 Ситуационная задача

$d < 100$ нм

$V = 1$ литр

$m_к = 0,72$ г

$T = 293$ К

$m_к = \frac{m_0}{2}$

$m_{ал}\ m_{ок}$ – ?

P_{max} – ?

$\frac{1}{5}\vec{m}$ атм сост

После сгорания остается половина массы кислорода.

$T_{пламя} = 2300$ К $\quad E_{диссац} = 495$ кДж/моль.

$4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3$ $\quad M_{r_O} = 16$ г/моль

6 атомов O соотв 4 атом Al $\quad M_{r_{Al}} = 27$ г/моль.

$m_{к\,реак} = \frac{m_к}{2} = 0,36$ г $\quad \frac{m_{к\,реак}}{M_O}\cdot\frac{4}{6}\cdot M_{Al} = m_{Al}$

$m_{Al} = \frac{0,36}{16}\cdot\frac{4}{6}\cdot 27 = 0,405$ г

Продолжение на 5 листе

olymp.bmstu.ru

$\frac{2L}{t^2 g} = \frac{\cos\alpha + 1}{\sin\alpha}$ $\quad \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$ $\quad$ N1 продолжение

$\frac{4L^2}{t^4 g^2} \cdot (1-\cos^2\alpha) = \cos^2\alpha + 2\cos\alpha + 1$

$\cos\alpha = x \qquad \frac{4L^2}{t^4 g^2} = n = 4$

$n - nx^2 = x^2 + 2x + 1$

$x^2(n+1) + 2x + 1 - n = 0$

$D_1 = 1 - (n+1)(1-n) = 1 - (1-n^2) = n^2$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm n}{n+1} \qquad x > 0 \Rightarrow x = \frac{n-1}{n+1}$

$\cos\alpha = \frac{4}{4}\frac{n-1}{n+1} = \frac{4-1}{4+1} = \frac{3}{5} \qquad \sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$

(1) $V_0 \cdot \sin\alpha = g t \qquad V_0 = \frac{gt}{\sin\alpha} = \frac{10 \cdot 0{,}8}{4/5} = 10$ м/с.

(3) $V_0 \cdot \cos\alpha + at = V_0 \qquad V_0(\cos\alpha - 1) = -at$

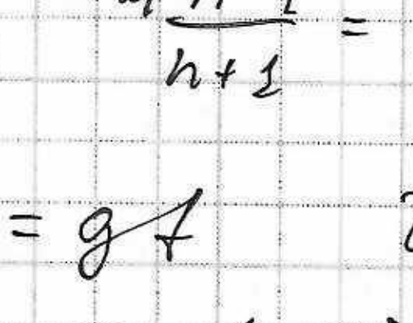
$a = V_0 \frac{1-\cos\alpha}{t} = 10 \cdot \frac{1-\frac{3}{5}}{0{,}8} = 5$ м/с^2

Ответ: 10 м/с; 5 м/с^2.

N2

Дано:
r
T = 24 г.

d - ?



спутник пролетает над станцией. (г)

геостационарная орбита (1)

(1) $a_g m = G\frac{Mm}{e^2} \qquad \frac{v_1^2}{e} = G\frac{M}{e^2}$

$\frac{v_1}{e} = \omega_1 \qquad \omega_1 = \frac{2\pi}{T} \qquad v_1 = \frac{2\pi}{T} \cdot e \qquad \frac{4\pi^2}{T^2} e^3 = GM$ *

Продолжение на 3 листе.

№3 $a = \frac{F}{6m}$.

$3ma = T$ $\quad T = 3m \cdot \frac{F}{6m} = \frac{F}{2}$

$F_{тр1} = ma + T = \frac{F}{6} + \frac{F}{2} = \frac{F}{6} + \frac{3F}{6} = \frac{4F}{6} = \frac{2}{3}F$

$F_{тр2} = ma = \frac{F}{6}$

$\frac{F}{2} < T_0$; $F_{тр1\,max} > \frac{2}{3}F$; $F_{тр2\,max} > \frac{F}{6}$

① $T_0 > \frac{F}{2}$; ② $mg\mu > \frac{2}{3}F$; ③ $2mg\mu > \frac{F}{6}$

Если выполнено 2 то и 3 тоже => 3 не нужно

$2T_0 > F$; $\frac{3}{2}mg\mu > F$

$2T_0 = 20H$; $\frac{3}{2}mg\mu = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0{,}5 = 15H$.

Если выполнено ② то и 3 => 3 не нужно

при $F > 15H$ конструкция начнет разрушаться.

При $F = 15H$ разрушений все еще не будет, хотя это критическое значение. В реальных условиях при этом значении конструкция уже начала бы разрушаться из-за малых случайных сил, но в рамках задачи F должна быть больше 15 Н.

Поэтому разрушение наступит после 18 секунд, хотя система станет неустойчивой уже после 14.

Ответ: 18 с.

olymp.bmstu.ru

№2

(г) $a_g m = G\frac{Mm}{r^2}$ $\quad v^2 = G\frac{M}{r}$

$\frac{v}{2\pi r} = \omega$ $\quad \omega = \frac{2\pi \cdot 3}{T}$ (т.к. этот спутник совер-

шает на 2 оборота больше за сутки)

$v = \frac{6\pi}{T} \cdot r$ $\quad \frac{36\pi^2}{T^2} r^3 = GM$ **

* = **

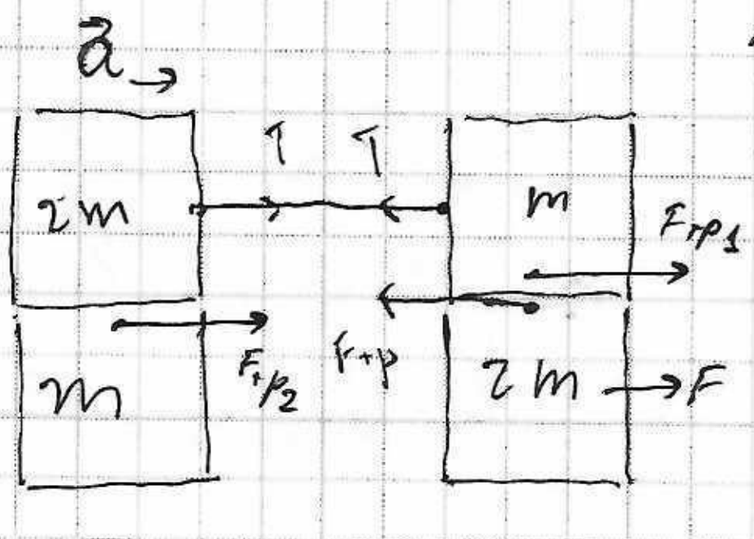
$\frac{36\pi^2}{T^2} r^3 = \frac{4\pi^2}{T^2} e^3$

$9r^3 = e^3$ $\quad e = \sqrt[3]{9}\, r$

$d = (e - r) = (\sqrt[3]{9}\, r - r) = r(\sqrt[3]{9} - 1) = 1{,}08\, r$

Ответ: 1,08 r.

№3



Дано:

$m = 2m$

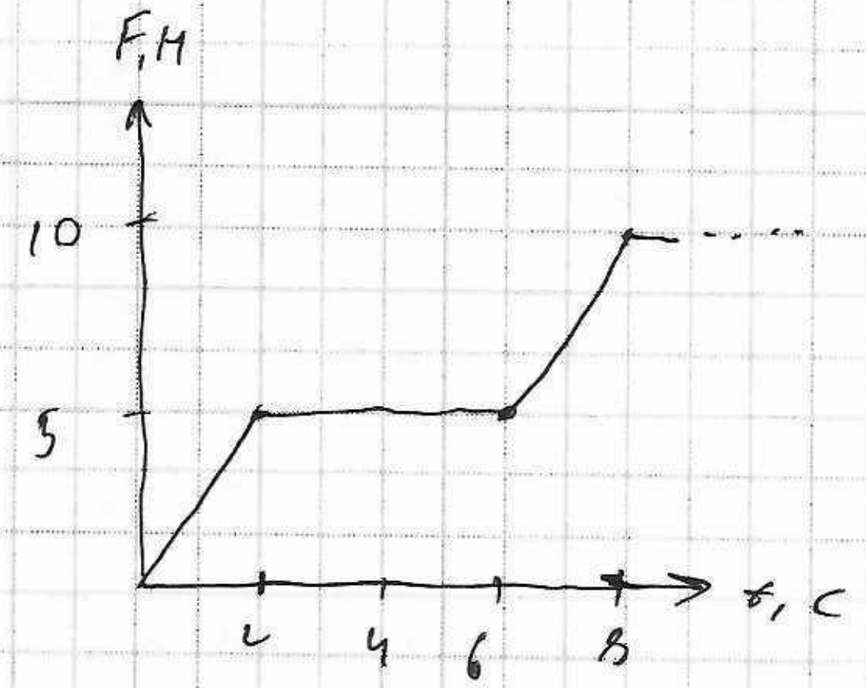
$g = 10\,м/с^2$

$F_0 = 10\,Н$

$\mu = 0{,}5$

$F(+)$.

$t - ?$



$F_{тр1\,max} = mg\mu$. $\quad F_{тр2\,max} = 2mg\mu$.

Пусть задние пузики ускорение с а.

$3ma = T$ - задние. $\quad F = 6ma$ - все сист.

$F_{тр} - T = ma$ - Передние верхние

Конструкция начнет ~~ехать~~ ехать а если $T > T_0$ или $F_{тр2} < ma$.

$F_{тр_1} < ma + T$ (Продолжение на 2 листе.)

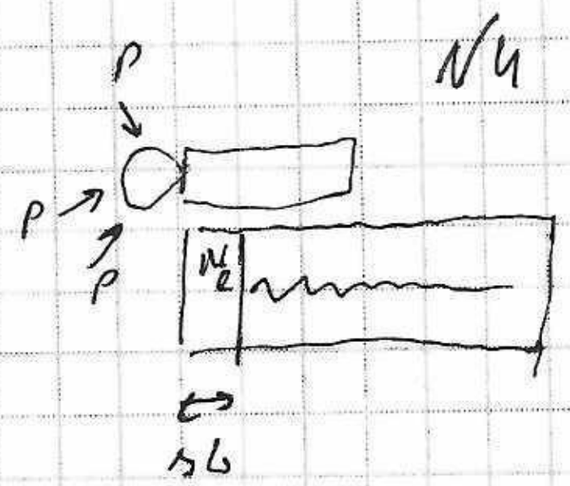
Дано

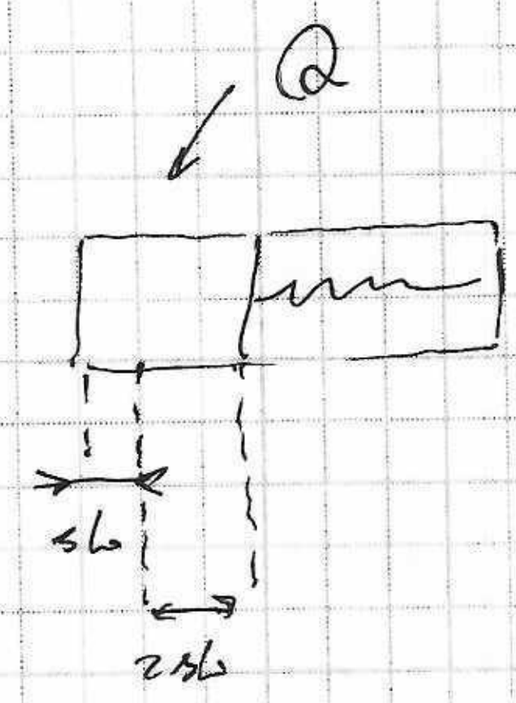
$\Delta L = 5$ см

газ - Ne; $i = 3$

$Q = 12$ кДж

$A_{газ} - ?$





$Q = \nu C_V \Delta T + A \qquad \delta Q = C_V dT + PdV$

$P(x) \cdot S = Kx \qquad P(x) = x \cdot \frac{K}{S} \qquad P(V) = x \cdot S \cdot \frac{K}{S^2} = V\frac{K}{S^2}$

$Q = C_V \nu \Delta T + \int_{\nu\Delta}^{3\Delta L\cdot S} \frac{K}{S^2} V dV = C_V \nu \Delta T + \frac{K}{S^2} \cdot \frac{V^2}{2}\Big|_{\nu\Delta}^{3\Delta L\cdot S} \qquad V = x \cdot S$

$Q = C_V \nu \Delta T + \frac{K \cdot x^2 - S^2}{S^2 \cdot 2}\Big|_{\nu\Delta}^{3\Delta L}$ Надо найти K. $x = \Delta L \cdot 2$

$A_{газа\ 1} = -P_0 \cdot S \cdot \Delta L + \frac{K \nu \Delta L^2}{2}$

По 1 закону газу передавали тепло

$C_V \nu T_1 + \frac{K \nu \Delta L^2}{2} - P_0 S \nu \Delta L = 0$

$C_V \nu T_1 - K \nu \Delta L^2/2 = 0$ 1.4

$Q = C_V \nu T_2 + \frac{K 4^2 \nu \Delta L^2}{2}$

$Q = C_V \nu T_2 + 2K \nu \Delta L^2$

$4K \nu \Delta L^2 = 2\eta C_V \nu T_1$

$Q = C_V \nu T_2 + \frac{K}{2}(9\nu \Delta L^2 - \nu \Delta L^2)$

$Q = C_V \nu T_2 + 4K \nu \Delta L^2$

$Q = \frac{i}{2} \nu R \cdot 8 T_2 + 4K \nu \Delta L^2$

$Q = \frac{i}{2} \cdot 8\ K \nu \Delta L^2 + 4K \nu \Delta L^2$

$\frac{Q}{\nu \Delta L^2} = K\left(\frac{3}{2} \cdot 8 + 4\right) = K(12+4) = 16K \qquad K = \frac{Q}{16 \nu \Delta L^2} = \frac{12 \cdot 10^3}{16 \cdot 0{,}05^2} =$

$A_1 = \frac{K(3\nu \Delta L)^2}{2} - \frac{K \nu \Delta L^2}{2} = 4K \nu \Delta L^2 = \frac{Q}{16 \nu \Delta L^2} \cdot 4 \nu \Delta L^2 =$

$= \frac{Q}{4} = 3$ кДж.

$P_1 S = K \nu \Delta L$

давление уравновесь.

$\frac{K \nu \Delta L}{S} \cdot \nu \Delta L \cdot S = \nu R T_1$ ($P = \frac{K \nu \Delta L}{S}$, $V = \nu \Delta L \cdot S$)

$K \nu \Delta L^2 = \nu R T_1$

$\frac{K 3 \nu \Delta L}{S} \cdot 3 \nu \Delta L \cdot S = \nu R T_2$

$9K \nu \Delta L^2 = \nu R T_2$

$T_2 = 9 T_1$

$8 T_2 = 8 T_1$

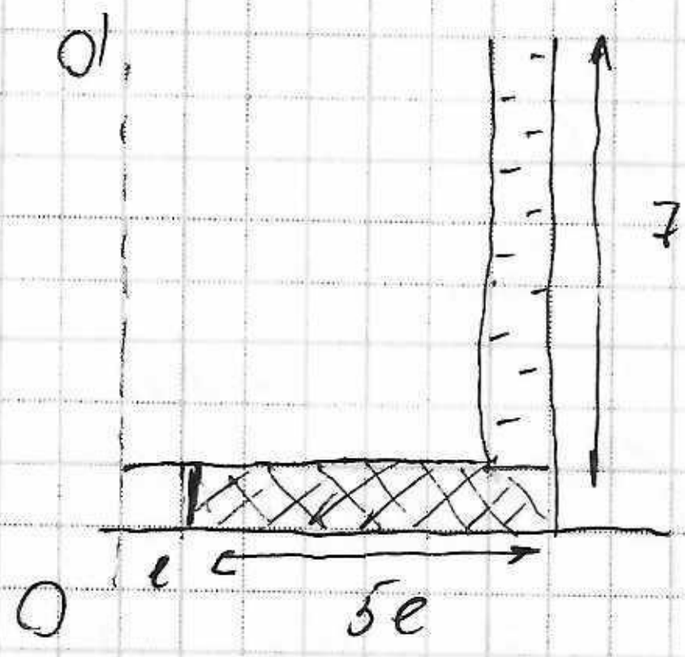
Ответ: 3 кДж.

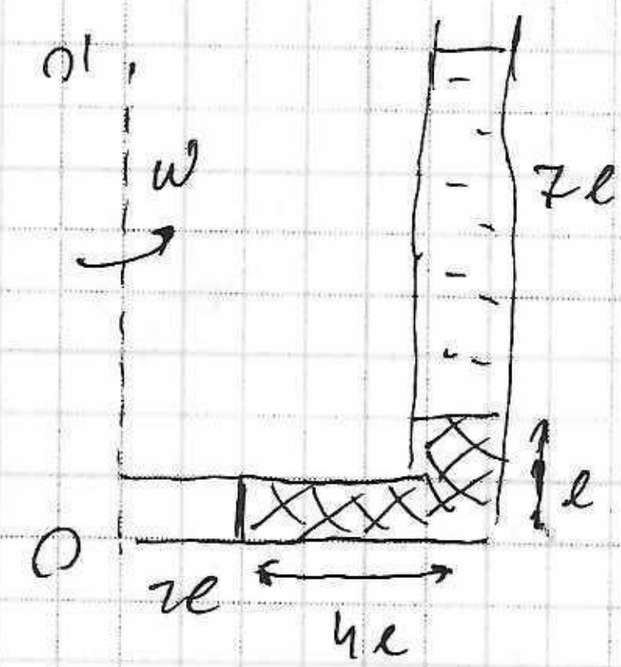
olymp.bmstu.ru

№5

Дано: ℓ

ω - ?

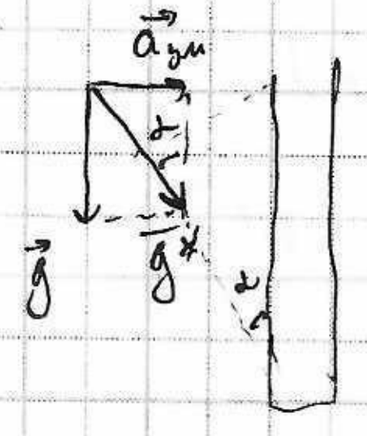




$a_{ум} = \omega^2 r$ для стобов $r = 6\ell$.

$a_{ум_c} = \omega^2 6\ell$

Рассмотрим отдельно стаю введем $\vec{g}^* = \vec{g} - \vec{a}_{ум}$.



$P = \rho g^* h \cdot \cos\alpha$ где $\cos\alpha = \frac{g}{g^*} = \frac{g}{\sqrt{a_y^2 + g^2}}$

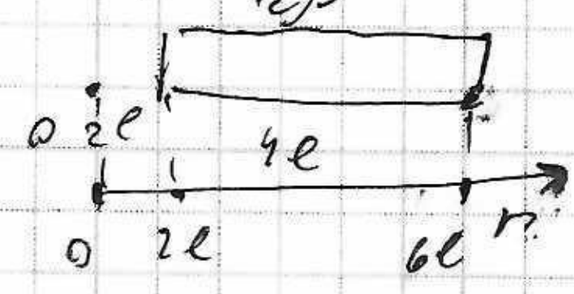
~~Осн. триг. тождество:~~ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_{ум}}{g}$

~~$\operatorname{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$~~

$P_{стаба} = g^* \cdot \cos\alpha \left(2\rho \cdot \ell + \rho \cdot 7\ell \right) = g^* \cdot \frac{g}{g^*} (2\rho\ell + \rho \cdot 7\ell) =$

$= 9\rho g\ell$. Давление по вертикали не меняется.

Найдем на сколько по расчет давление по горизонтали: g не влияет, т.к. оно вертикально



$a = \omega^2 \cdot r$

$dP = 2\rho a \cdot dr \qquad dP = 2\rho\omega^2 r \cdot dr$

$P = 2\rho\omega^2 \int_{2\ell}^{6\ell} r\,dr = 2\rho\omega^2 \cdot \frac{r^2}{2}\Big|_{2\ell}^{6\ell} = 2\rho\omega^2 \left(\frac{36\ell^2}{2} - \frac{4\ell^2}{2} \right) =$

$= 2\rho\omega^2 (18\ell^2 - 2\ell^2) = 16\rho\omega^2\ell^2 = 32\rho\omega^2\ell^2$

$P_{возд_к} = P_{верт} - P_{гор_з} = 9\rho g\ell - 32\rho\omega^2\ell^2$

$P_{возд_о} = 7\rho g\ell$ (влияет только на верт. стаю)

$P_0 V_0 = P_к V_к \qquad P_0 \cdot \ell \cdot S = P_к \cdot 2\ell \cdot S \qquad P_к = \frac{P_0}{2} = 3{,}5\rho g\ell$

$3{,}5\rho g e = 9\rho g e - 32\rho\omega^2 e^2$

$32\rho\omega^2 e^2 = 5{,}5\rho g e$

$32\omega^2 e = 5{,}5 g \quad \omega^2 = \frac{5{,}5}{32}\frac{g}{e} = \frac{11}{64}\frac{g}{e} \approx 0{,}17\frac{g}{e}$

Ответ: $\frac{11}{64}\cdot\frac{g}{e}$.

№6

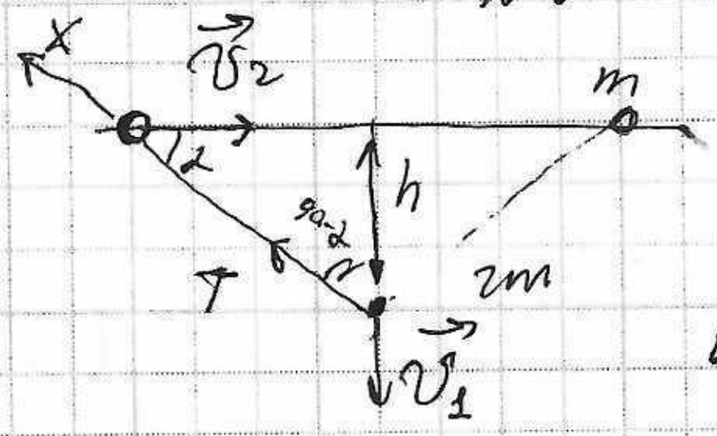
Дано:

$l = 1{,}5$ м

$h = 0{,}45$ м

$m = 0{,}1$ кг

$v_1; v_2; T - ?$



З. С. Э: $2mgh = \Delta E_к$

$E_к = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} =$

$= mv_2^2 + mv_1^2 = m(v_1^2 + v_2^2)$

Нить ~~длинная~~ нерастяжима, поэтому можно считать ее твердым телом в каждое мгновение. Т.е. работает закон палочки:

$v_2\cos\alpha = v_1\sin\alpha \quad v_2\cdot\cos\alpha = v_1\cdot\cos(90-\alpha)$

$v_2 = v_1\cdot\operatorname{tg}\alpha \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{\sqrt{l^2/4 - h^2}}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{0{,}45}{\sqrt{\frac{1{,}5^2}{4} - 0{,}45^2}} = \frac{3}{4} \quad v_2 = \frac{3}{4}v_1$

$E_к = m\left(v_1^2 + \left(\frac{3}{4}v_1\right)^2\right) = mv_1^2\left(1 + \frac{9}{16}\right) = mv_1^2\frac{25}{16}$

$mv_1^2\frac{25}{16} = 2mgh \quad v_1^2 = \frac{16}{25}\cdot 2gh \quad v_1 = \frac{4}{5}\sqrt{2gh}$

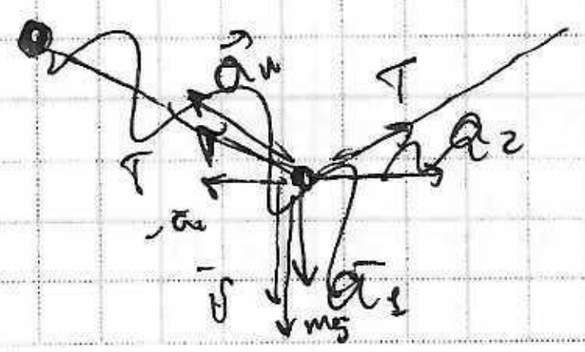
$v_2 = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\sqrt{2gh} = \frac{3}{5}\sqrt{2gh} \quad v_1 = \frac{4}{5}\sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}45} = 2{,}4$ м/с

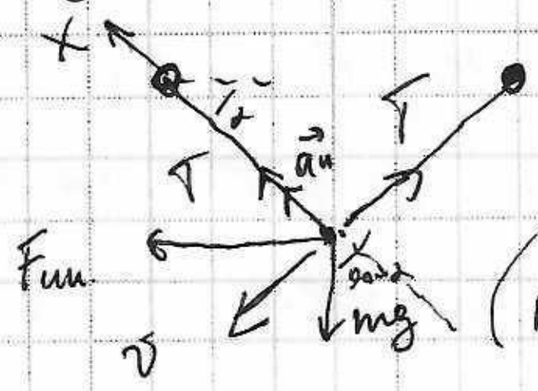
$v_2 = \frac{3}{5}\sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}45} = 1{,}8$ м/с

Продифференцируем закон палочки:

$v_{1x} = v_{2x} \quad a_{1x} = a_{2x} \quad a_2\cos\alpha = a_1\cdot\sin\alpha$

$a_2 = \frac{3}{4}a_1$ Перейдем в СО шарика.





$\vec{F}_{ин} = -m\cdot\vec{a}_2$

$a_2 = T\cdot\cos\alpha$

(продолжение на 1 листе)

olymp.bmstu.ru

№7 Продолжение

Прореагировала половина массы кислорода, при этом 1/5 ост кислорода перешла в атомарное состояние.

$P \cdot V = \nu RT$

$P_0 = \frac{\nu_0 R T_0}{V}$

$\nu_{O_2} = \frac{m_к}{\mu} = \frac{0,72}{16} = 0,045$ моль $= \nu$

$\nu_{к O_2} = \frac{\nu_{O_2 н}}{2}$, далее из $\frac{1}{5}$ разделяется на 2 атома

$\nu_{Ок} = \frac{6}{5} \frac{\nu_{Он}}{2} = 0,6 \cdot \nu_{Он} = 0,6\,\nu$

$0,1\,\nu$ - кол-во ~~кол-во~~ О газа диссоциированного на атомы.

$Q_{дисс} = 0,1\nu \cdot E_{дисс ат}$

$+ 0,1\nu \cdot E_{дисс}$.

$T_0 \cdot m_к \cdot C_к + T_0 \cdot m_{Ал_0} \cdot C_{Ал} = T_к \left(\frac{m_к}{2} \cdot C_к\right) + T_к \left(m_{Ал_0} - m_{Ал р}\right) C_{АС} +$

$+ \left(\frac{m_к}{2} + m_{Ал р}\right) \cdot C_{окс} \cdot T_к$

$T_к = T_0 \frac{\left(m_к \cdot C_к + m_{АС} \cdot C_{АС}\right) - \left(\frac{m_к}{2} + m_{АС}\right) \cdot T + 0,1\nu E_{дисс}}{\frac{m_к}{2} \cdot C_к + \left(\frac{m_к}{2} + m_{АС}\right) \cdot C_{окс}} =$

$= 1362$ К

$P_к = \frac{2,6 \nu R \cdot T_к}{V} = \frac{0,6 \cdot 0,045 \cdot 8,31 \cdot 1362}{1 \cdot 10^{-3}} =$

$= 306$ кПа

~~Ответ: 0,405 г; 1362 К.~~

Ответ: 0,405 г; 306 кПа

